

Olympic Mathematical Internet

Hội Toán Lý Hóa Online



TUYỂN TẬP ĐỀ THI OMI 2014 CAP THCS VA TIEU HOC

TRƯỞNG BAN BIÊN TẬP: NGUYỄN HẢI

THƯ KÝ: MINH THƯ

CÁC ĐỀ THI TIỂU HỌC: 4, 5

ĐỀ THI THCS: 6, 7, 8, 9

ĐỀ THI OMI NĂM 2014 LẦN THỨ NHẤT

BAN TỔ CHỨC CHÚC CÁC EM HỌC GIỎI

@ OMI 2014



CÓ SỰ HỢP TÁC CỦA BA TỔ CHỨC

1. Diễn đàn Hoa Phương
2. BTC OMI Việt Nam 2014
3. Hội Toán Lý Hóa online

Trưởng Ban Admin
diễn đàn Hoa Phương

Anh Duy

Nguyễn Anh Duy

Tổng biên tập OMI 2014

Hồng Hải

Nguyễn Hồng Hải

KT. Hội Trưởng HTLH Online
Hội Phó HTLH Online

Lâm

Nguyễn Minh Lâm

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: *Cuộc thi kéo dài từ ngày 21/06 đến ngày 23/06 năm 2014*
(Không kể thời gian giao nhận đề)

Câu 1: (8 điểm) Tính nhanh tổng sau:

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$$

Câu 2: (8 điểm)

Tìm tất cả các số có 3 chữ số sao cho nếu đem mỗi số cộng với 543 thì được số có 3 chữ số giống nhau?

Câu 3: (8 điểm) Tìm các phân số lớn hơn $\frac{1}{5}$ và khác với số tự nhiên, biết rằng nếu lấy mẫu số nhân với 2 và lấy tử số cộng với 2 thì giá trị phân số không thay đổi?

Câu 4: (8 điểm) Linh mua 4 tập giấy và 3 quyển vở hết 5400 đồng. Dương mua 7 tập giấy và 6 quyển vở cùng loại hết 9900 đồng. Tính giá tiền một tập giấy và một quyển vở?

Câu 5: (8 điểm) Một gia đình có 2 người con và một thửa đất hình chữ nhật có chiều rộng 20m, chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Nay chia thửa đất đó thành hai hình chữ nhật nhỏ có tỉ số diện tích là $\frac{2}{3}$ để cho người con thứ hai phần nhỏ hơn và người con cả phần lớn hơn. Hỏi có mấy cách chia? Theo em nên chia theo cách nào? Tại sao?

Câu 6: (12 điểm) Năm Bạn An, Bình, Cúc, Phương, Đạt đứng thành hàng dọc. An đứng sau Cúc, Bình đứng trước An và đứng sau Dương. Dương đứng trước Cúc Nhưng không đứng đầu tiên. Hỏi Đạt đứng vị trí thứ mấy trong hàng?

Câu 7: (12 điểm) Trong 50 số tự nhiên từ 1 đến 50, Người chọn ra hai số x, y khác nhau. Giá trị lớn nhất của $\frac{x+y}{x-y}$ là bao nhiêu?

Câu 8: (12 điểm) Cho hình chữ nhật có chiều dài 20cm, chiều rộng 15cm. Cắt ở bốn góc đi bốn hình vuông khác nhau, chu vi mỗi hình vuông lần lượt là 4cm, 8cm, 12cm, 16cm. Tính chu vi của hình còn lại sau khi cắt hết

Câu 9: (12 điểm) Có 25 đoàn ở các tỉnh trên nước Việt Nam tham gia cuộc thi IMO và mỗi đoàn có 6 học sinh, và mỗi học sinh bắt tay với một bạn khác đoàn của mình thì có tất cả bao nhiêu cái bắt tay?

Câu 10: (12 điểm) Một bài kiểm tra trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu làm đúng được 5 điểm, mỗi làm sai bị trừ đi 2 điểm. Một bạn làm cả 10 câu và được 29 điểm. Hỏi bạn đó làm sai mấy câu?

----- Hết -----

**chúc các bạn làm bài tốt. Cuộc thi kéo dài 2 ngày. các bạn có
thời gian suy nghĩ 2 ngày**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (5 điểm)

Trong 1 hình tròn ta viết Các số từ 1 đến 2014 theo chiều kim đồng hồ. Ta bắt đầu xóa các số 1, 3, 5, 7, theo quy tắc xóa 1 số rồi bỏ 1 số cứ như vậy cho đến khi chỉ còn 1 số. Hỏi số cuối cùng là số nào?

Câu 2: (10 điểm)

Số nào lớn nhất trong các số sau: (hay trình bày lý luận, lời giải)

1. $2009\sqrt{2010}$ 2. $2010\sqrt{2009}$ 3. 2010 4. $\frac{2010}{2009}$ 5. $\frac{2009}{2010}$

Câu 3: (10 điểm)

Tổng của hai số nguyên A và B là 2010. Nếu bội chung nhỏ nhất của hai số A và B là 14807, Hãy viết số lớn nhất trong hai số A và B

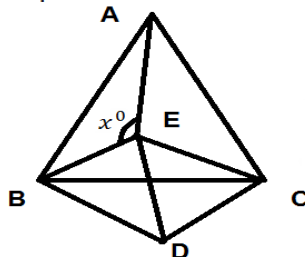
Câu 4: (10 điểm)

a) Trên một con đường cao tốc hình tròn, có 3 trạm thu phí cầu đường đặt tại: một chiếu cầu, một con kênh, một đập thủy điện theo chiều kim đồng hồ. Khi đi qua cầu người đó phải trả \$ 1, tiếp theo qua kênh người đó phải trả \$ 3 và qua trạm thủy điện người đó phải trả \$ 5. Người đó xuất phát từ vị trí giữa đập thủy điện và cây cầu, đi theo chiều kim đồng hồ đến khi phải trả phí đường tổng cộng \$ 130. Hỏi người đó phải trả bao nhiêu ở trạm tiếp theo.

b) vào mỗi đầu tháng, mỗi con kiến đờ trường thành đẻ ra 3 con kiến đen nhỏ. mỗi con kiến đen ăn một con kiến đen nhỏ, đẻ ra ba con kiến đờ và say đờ nó chết (với điều kiện phải đủ kiến đen nhỏ để kiến trường thành lấy làm thức ăn). Trong thời gian một tháng. Kiến nhỏ lớn lên thành kiến trường thành và vòng đời cứ tiếp tục theo quy luật trên. Nếu ngày giáng sinh năm nay có 900000 con kiến đờ và 1000000 con kiến đen thì hiệu giữa số kiến đờ và kiến và giáng sinh năm trước là bao nhiêu

Câu 5: (10 điểm)

Trong Hình, Các tam giác ABC và CDE là các tam giác đều. Biết rằng góc EBD = 62° và góc AEB = x° . Hỏi độ lớn của x là bao nhiêu độ.



Câu 6: (10 điểm)

- a) Tìm số dư khi chia $2014^{2013} + 1$ Cho $2014^2 - 2.2014 + 1$
- b) Trong 2014 số tự nhiên có ít nhất bao nhiêu số chẵn để tích 15 số bất kì là một số chẵn

Câu 7: (5 điểm)

3 nhà logic bị thổ dân bắt. có 5 dải băng, 2 đờ, 3 trắng. Thổ dân bịt mắt 3 nhà logic và buộc dải băng lên đầu họ. 3 người xếp thành hàng dọc sao cho người đứng sau không nhìn thấy dải băng trên đầu người đứng trước. sau 1 hồi im lặng, người đứng đầu nói đúng dải băng trên đầu mình. Hỏi màu dải băng trên đầu người đó ? tại sao (suy luận thế nào) (và màu dải băng trên đầu 2 người kia) các nhà logic trả lời sau sẽ bị thổ dân giết

Câu 8: (10 điểm)

Cho Tam giác ABC vuông, trong đó có cạnh bằng 7cm. hãy tính diện tích tam giác vuông đó

Câu 9: (20 Điểm)

Cho tam giác ABC, đường cao AH. Trên nửa mp bờ AB không chứa C lấy D sao cho BD=BA, BD vuông góc BA. Trên nửa mp bờ AC không chứa B lấy E sao cho CE=CA, CE vuông góc CA. CMR: các đường thẳng AH, BE, CD đồng quy

Câu 10: (10 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AC=3AB. Trên AC lấy D và E cho AD=DE=EC. Tính tổng các góc BCA, góc BAD, góc BEA

Câu 1: (8 điểm)

So sánh hai số A và B

$$A = \frac{99^{2008} + 1}{99^{2009} + 1}; \quad B = \frac{99^{2009} + 1}{99^{2010} + 1}$$

Câu 2: (8 điểm)

cho $a, b, c \in [0, 2]$ và $a + b + c = 3$

Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $A = a^2 + b^2 + c^2$

Câu 3: (8 điểm)

Tìm a, b sao cho đa thức $f(x) = x^4 + ax + b$ chia hết cho đa thức $x^2 - 4$

Câu 4: (8 điểm)

Biết $ab + bc + ca = 0$ và $abc \neq 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$

Câu 5: (8 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^3(x^2 - 7)^2 - 36x$. Từ đó suy ra nghiệm của phương trình $x^3(x^2 - 7)^2 - 36x = 0$

b) Giải phương trình: $\frac{x+9}{10} + \frac{x+10}{9} = \frac{9}{x+10} + \frac{10}{x+9}$

Câu 6: (12 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên m, n thì: $x^{6m+4} + x^{6n+2} + 1$ chia hết cho $x^2 - x + 1$

b) Tìm tất cả các số x, y nguyên dương lớn hơn 1 sao cho $2xy - 1$ chia hết cho $(x - 1)(y - 1)$

Câu 7: (12 điểm)

a) Ta đã biết hai tam giác vuông có độ dài các cạnh là các số nguyên dương như (5, 12, 13) và (6, 8, 10) đồng thời có số đo diện tích của mỗi tam giác bằng số đo chu vi của mỗi tam giác đó. Hỏi còn tam giác vuông nào còn tính chất như vậy nữa không?

b) Cho tam giác ABC. Đường thẳng MN song song với cạnh BC; M, N lần lượt thuộc các cạnh AB và AC. Gọi I, J tương ứng là trung điểm của đoạn MN và cạnh BC. Chứng minh rằng: ba điểm A, I, J thẳng hàng.

Câu 8: (12 điểm)

a) chứng minh rằng:

$$a(b-c)(b+c-a)^2 + c(a-b)(a+b-c)^2 = b(a-c)(a+c-b)^2$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P:

$$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} \cdot \left(\frac{x+1}{x} + \frac{x}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$$

Câu 9: (12 điểm)

Cho hình vuông ABCD, trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $AE = AF$. vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại hai điểm M, N.

a) Chứng minh rằng tứ giác AEMD là hình chữ nhật

b) Biết diện tích tam giác BCH gấp 4 lần diện tích tam giác AEH. chứng minh rằng $AC = 2EF$

c) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$$

Câu 10: (12 Điểm)

Cho tam giác ABC cân ở A, từ trung điểm H của cạnh BC hạ đường vuông góc HE trên AC. Gọi O là trung điểm của HE. chứng minh $OA \perp BE$

Hết

chúc các bạn làm bài tốt. Cuộc thi kéo dài 2 ngày. các bạn có thời gian suy nghĩ 2 ngày

Thời gian: 2 ngày từ ngày 07/06 đến ngày 09/06

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (16 điểm)

a. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1} + \frac{1-2\sqrt{x}}{x-1} \right) \times \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right).$$

Với $x > 0$; $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức A và tìm các giá trị nguyên của x để A là số nguyên.

b. Cho biểu thức:

$$M = (\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})(\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}) \times (\sqrt{x} - \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2})(-\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}).$$

Với x là số tự nhiên khác 0. Chứng minh M cũng là số tự nhiên.

Câu 2. (16 điểm)

a. Tìm x biết: $\sqrt{x+24} + \sqrt{x-16} = 10$.

b. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + xy + y = 9 \\ y + yz + z = 4 \\ z + zx + x = 1. \end{cases}$$

Câu 3. (16 Điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tứ giác ABCD có A(0; 1); B(0; 4); C(6; 4) và D(4; 1). Gọi d là đường thẳng cắt các đoạn thẳng AD, BC lần lượt tại M, N sao cho đường thẳng d chia tứ giác ABCD thành 2 phần có diện tích bằng nhau, biết phương trình đường thẳng d có dạng:

$$y = mx - \frac{5}{3}m \text{ (với } m \neq 0)$$

a. Tìm tọa độ của M và N.

b. Tìm tọa độ điểm Q trên d sao cho khoảng cách từ Q đến trục Ox bằng 2 lần khoảng cách từ Q đến Oy.

Câu 4. (16 điểm)

Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn tâm O, gọi H là trung điểm BC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm D, E sao cho $\widehat{DHE} = 60^\circ$. Lấy M bất kì trên cung nhỏ \widehat{AB} .

a. Chứng minh ba đường phân giác của ba góc \widehat{BAC} , \widehat{BDE} , \widehat{DEC} đồng quy.

b. Cho AB có độ dài 1 đơn vị.

Chứng minh: $MA + MB < \frac{4}{3}$.

Câu 5. (18 điểm)

Cho tam giác ABC không cân, vẽ phân giác trong Ax của góc A. Vẽ đường thẳng d là trung trực của đoạn thẳng BC. Gọi E là giao của Ax và d. Chứng minh E nằm ngoài tam giác ABC.

Câu 6. (18 Điểm)

Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $xyz = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^3+y^3} + \frac{1}{1+y^3+z^3} + \frac{1}{1+z^3+x^3} \leq 1.$$

----- HẾT -----